

Classe : 4 _____ Nome e Cognome: _____ Data 27 aprile 2018

Risolvere il problema e i quattro quesiti proposti

Lasciare il cellulare sulla cattedra.

Non è consentito l'uso del correttore.

E' consentito l'uso della calcolatrice scientifica non programmabile.

Problema

a) Determinare il valore del parametro reale k affinché la funzione γ di equazione

$$f(x) = 2\text{sen}^2 x - 2\text{sen} x \cdot \cos x + k \quad \text{passi per il punto } \left(\frac{\pi}{3}; \frac{1-\sqrt{3}}{2} \right).$$

b) Considerare la funzione ottenuta per il valore di k del punto precedente e dimostrare che può essere scritta nella forma $y = A\text{sen}(2x + \alpha)$.

c) Calcolare il periodo e le coordinate dei punti A e B di intersezione della funzione con l'asse x , $x \in [0; \pi]$.

d) Rappresentare la funzione rispetto ad un sistema di assi cartesiani xOy dopo avere scritto le equazioni delle trasformazioni utilizzate.

e) Risolvere graficamente e algebricamente la disequazione $f(x) < -1$ nell'intervallo $[0; \pi]$.

Quesito 1

Determinare il dominio e le coordinate degli eventuali punti di intersezione con gli assi cartesiani

della funzione: $f(x) = \sqrt{2\text{sen}(x) - 1} - \sqrt{\cos(x)}$.

Quesito 2

Un'urna contiene 25 palline di cui n nere, n bianche e il resto rosse.

a) Ricavare il numero delle palline di vari colori sapendo che estraendo contemporaneamente

3 palline la probabilità di ottenerle di tre colori diversi è pari ai $\frac{15}{8}$ della probabilità di

ottenere esattamente due palline nere.

- b) Avendo ricavato $n=5$, calcolare la probabilità che in una estrazione in successione di 6 palline, senza reimmissione, si ottenga:
- Almeno una pallina rossa;
 - Al massimo una pallina rossa.

Quesito 3

Finita una partita di pallavolo gli spettatori escono dal palazzo dello sport. Uno studio dimostra che la funzione $N(t) = 3000 \cdot (2,5)^{-kt}$ fornisce un buon modello per calcolare la quantità di spettatori all'interno dell'edificio mentre questo si sta svuotando a partire dalla fine della partita. Il tempo è misurato in minuti.

- Ricavare quanto vale k se passato un quarto d'ora dalla fine della partita sono uscite 1200 persone dal palazzo dello sport.
- Uno studio successivo dimostra che la funzione prima definita è un buon modello solo finché il numero delle persone non diventa inferiore ad un terzo del valore iniziale. Qual è quindi l'intervallo di tempo di validità della funzione?

Quesito 4

E' data la funzione $f(x) = \log_2[4(x^2 - 8x + k)]$.

- Determinare il valore del parametro reale k affinché la funzione abbia come dominio $\mathbb{R} - \{4\}$
- Applicando le proprietà dei logaritmi riscrivere la funzione $f(x)$ e rappresentarla rispetto ad un sistema di assi cartesiani xOy utilizzando le trasformazioni geometriche.

Non scrivere nulla nella tabella sottostante.

	Problema	Q1	Q2	Q3	Q4	Punteggio massimo totale	Voto
Punti	40	15	15	15	15	100	

Il punteggio viene attribuito in base alla correttezza e completezza della risoluzione del problema e dei quesiti nonché alle caratteristiche dell'esposizione (chiarezza, ordine, struttura)

La sufficienza si ottiene con il punteggio minimo di 55 punti.