

LICEO SCIENTIFICO STATALE "E. FERMI" – BOLOGNA

Moduli didattici di Matematica per alunni in ingresso da altre scuole

Programma di Matematica per la Classe TERZA

Nucleo 1: Equazioni e disequazioni algebriche; generalità sulle funzioni

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
Equazioni e disequazioni	<ul style="list-style-type: none"> Equazioni e disequazioni di grado superiore al second Equazioni irrazionali Disequazioni irrazionali 	<p>Saper risolvere equazioni e disequazioni di II grado e di grado superiore al secondo sistemi di equazioni di I e II grado con due o tre incognite</p> <p>Saper risolvere disequazioni irrazionali nella forma $\sqrt[n]{f(x)} \leq g(x)$ e $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$ e $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$ e disequazioni più complesse ad esse riconducibili.</p>
	<ul style="list-style-type: none"> Equazioni con valore assoluto Disequazioni con valore assoluto 	<p>Saper risolvere i seguenti tipi di equazioni e disequazioni con valore assoluto:</p> <ul style="list-style-type: none"> Equazioni con valore assoluto, in particolare le equazioni della forma $f(x) = k$ e $f(x) = g(x)$. Le disequazioni con un valore assoluto: risoluzione mediante lo scioglimento del valore assoluto. Le disequazioni elementari con un valore assoluto $f(x) \leq k$. Le disequazioni con un valore assoluto: risoluzione mediante la <i>regola breve</i> Disequazioni con più valori assoluti (schema dei segni degli argomenti dei valori assoluti).
Funzioni	<ul style="list-style-type: none"> Definizione di funzione e terminologia Proprietà delle funzioni reali di variabile reale: iniettività e suriettività Funzioni biiettive e funzione inversa Composizione di funzioni 	<p>Saper applicare le conoscenze summenzionate in problemi di varia natura che hanno come modello le equazioni o le disequazioni.</p> <p>Conoscere la definizione di funzione come particolare tipo di relazione tra insieme di partenza ed insieme di arrivo,</p> <p>Conoscere la definizione di immagine e di controimmagine di un elemento mediante una funzione, di dominio, insieme delle immagini.</p> <p>Saper determinare il dominio naturale (o campo di esistenza) di una funzione reale di variabile reale a partire dalla sua espressione analitica;</p> <p>Saper leggere sul grafico il dominio e l'insieme delle immagini.</p> <p>Conoscere le definizioni di funzione suriettiva, iniettiva, biiettiva, invertibile e saper valutare sul grafico se una data funzione possiede o meno tali proprietà;</p> <p>Conoscere la definizione di funzione inversa di una funzione invertibile</p> <p>Saper ricavare l'espressione analitica in casi semplici</p> <p>Saper tracciare il grafico della funzione inversa a partire dal grafico della funzione stessa.</p> <p>Conoscere le definizioni di funzione pari e dispari</p> <p>Saper riconoscere algebricamente e/ o graficamente la parità di una funzione dal suo grafico.</p> <p>Saper determinare l'espressione analitica della funzione ottenuta mediante composizione di due funzioni.</p>

Nucleo 2: La retta

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
La funzione lineare e la retta nel piano cartesiano	<ul style="list-style-type: none"> Richiami sul piano cartesiano: distanza tra due punti, punto medio e baricentro La funzione lineare $y = mx + q$ e l'equazione della retta Posizione reciproca di due rette, rette incidenti, rette parallele e perpendicolari Fascio proprio di rette passanti per un punto; fascio improprio di rette aventi una direzione assegnata 	<p>Saper risolvere problemi che richiedono le nozioni di distanza tra due punti, punto medio di un segmento e baricentro di un triangolo (es. ricerca del circoncentro).</p> <p>Saper rappresentare la funzione lineare $y = mx + q$, conoscendo il significato del coefficiente angolare e dell'ordinata all'origine, in particolare essere in grado di associare particolari valori di m all'angolo che la retta forma con l'asse x in direzione positiva.</p> <p>Saper rappresentare funzioni riconducibili alla funzione lineare base e essere in grado di sfruttare tali grafici per risolvere graficamente alcune equazioni e disequazioni (tipicamente con valore assoluto).</p> <p>Saper associare ad una data retta un'equazione lineare e viceversa e deve Saper trovare l'equazione di una retta date due condizioni assegnate.</p> <p>Saper stabilire la posizione reciproca di due rette assegnate a partire dalla loro equazione, in particolare sapere riconoscere se due rette sono parallele, e in caso contrario se sono perpendicolari.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> Distanza di un punto da una retta. 	<p>Saper calcolare la distanza di un punto da una retta.</p> <p>Saper trovare l'equazione dell'asse di un segmento (mediante la definizione o mediante la sua caratterizzazione come luogo di punti) e della bisettrice di un angolo (mediante la sua caratterizzazione come luogo di punti).</p> <p>Saper determinare punti che soddisfano condizioni assegnate, di cui una sia appartenere ad una retta (es. ricerca ortocentro e dell'incentro).</p> <p>In generale, saper risolvere problemi di geometria analitica coinvolgenti le singole nozioni succitate.</p> <p>Saper risolvere problemi che hanno come modello una funzione lineare.</p>
--	--	---

Nucleo 3: Trasformazioni geometriche

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
Isometrie	<ul style="list-style-type: none"> Simmetrie centrali Simmetrie assiali Traslazioni Grafici deducibili 	<p>Conoscere la definizione di simmetria centrale σ_C di centro C e saperne scrivere le equazioni.</p> <p>Conoscere la definizione di simmetria assiale σ_r nel caso in cui r sia parallela agli assi cartesiani o sia una bisettrice dei quadranti.</p> <p>Saper applicare le equazioni di una simmetria per trasformare punti (e quindi poligoni...)</p> <p>Saper applicare le equazioni di una simmetria per trasformare curve di data equazione.</p> <p>Conoscere la definizione di traslazione associata ad un certo vettore e saper scrivere le equazioni della traslazione τ_v di vettore $v(a, b)$.</p> <p>Saper applicare le equazioni di una traslazione per trasformare punti (e quindi poligoni)</p> <p>Saper applicare le equazioni di una traslazione per trasformare curve di data equazione; date due curve, e ricavare, se esiste, la traslazione che trasforma l'una nell'altra.</p> <p>Lo studente a partire dal grafico di $y = f(x)$ deve essere in grado di disegnare il grafico di $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x-a) + b$</p>

Nucleo 4: La circonferenza

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
La circonferenza	<ul style="list-style-type: none"> L'equazione della circonferenza Forme particolari dell'equazione di una circonferenza Determinare una circonferenza in base a condizioni assegnate Posizione reciproca di una circonferenza e di una retta. Rette tangenti ad una circonferenza 	<p>Saper determinare l'equazione della circonferenza a partire dalla sua definizione come luogo di punti, e quindi conoscere e saper utilizzare l'equazione $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2$ in contesti in cui il centro $C(x_C, y_C)$ e il raggio R sono assegnati o ricavabili da altri dati.</p> <p>Saper riconoscere quando l'equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ rappresenta una circonferenza.</p> <p>Saper ricavare l'equazione della circonferenza date tre condizioni</p> <p>Saper stabilire la posizione reciproca di una retta e di una circonferenza e deve saper ricavare le equazioni delle rette tangenti ad una circonferenza condotte da un punto.</p> <p>Saper riconoscere che alcune funzioni irrazionali hanno per grafico un arco di circonferenza e saperle rappresentare e viceversa, assegnato il grafico di una funzione costituito da archi di circonferenze, saperne trovare l'espressione analitica.</p> <p>Saper utilizzare i grafici menzionati in precedenza per risolvere per via grafica alcune equazioni e disequazioni irrazionali.</p> <p>Saper risolvere problemi geometrici che danno origine ad alcune funzioni irrazionali.</p>

Nucleo 5: La parabola

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
La parabola	<ul style="list-style-type: none"> L'equazione della parabola Determinazione dell'equazione di una parabola in base a condizioni assegnate Posizione reciproca di una retta e di una parabola. Applicazioni alle funzioni. 	<p>Saper determinare l'equazione della parabola a partire dalla sua definizione come luogo di punti, e quindi deve Conoscere e Saper utilizzare l'equazione $(x - x_F)^2 + (y - y_F)^2 = (y - d)^2$ in contesti in cui il centro $F(x_F, y_F)$ e la direttrice $y = d$ sono assegnati o ricavabili da altri dati.</p> <p>Saper rappresentare la parabola l'equazione $y = ax^2 + bx + c$ e di tale parabola saper ricavare fuoco, vertice, asse di simmetria e direttrice.</p> <p>Riconoscere alcune caratteristiche della parabola in accordo a segno e/o valore assoluto dei coefficienti a, b, c.</p> <p>Saper estendere quanto summenzionato al caso della parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x, applicando la simmetria rispetto a bisettrice di I e III quadrante.</p> <p>Saper ricavare l'equazione della parabola date tre condizioni risolvendo il problema con un approccio geometrico o algebrico (analitico).</p> <p>Saper stabilire la posizione reciproca di una retta e di una parabola e deve Saper ricavare le equazioni delle rette tangenti ad una parabola condotte da un punto.</p> <p>Conoscere e saper utilizzare la formula che fornisce la pendenza della retta tangente in un punto della parabola.</p> <p>Saper riconoscere che alcune funzioni irrazionali hanno per grafico un arco di parabola e deve saperle rappresentare e viceversa e saperne trovare l'espressione analitica.</p> <p>Saper utilizzare i grafici menzionati in precedenza per risolvere per via grafica alcune equazioni e disequazioni irrazionali.</p> <p>Saper risolvere problemi di tipo vario, anche di max e min assoluto, che danno origine a funzioni quadratiche o ad alcune funzioni irrazionali.</p>

Nucleo 6: Ellisse ed iperbole; complementi sulle coniche.

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
L'ellisse	<ul style="list-style-type: none"> L'ellisse e l'iperbole. Elementi caratteristici del grafico di un'ellisse e di un'iperbole. Posizione reciproca di un'ellisse o iperbole e di una retta Determinazione dell'equazione un'ellisse o iperbole in base a condizioni assegnate 	<p>Saper determinare l'equazione dell'ellisse o dell'iperbole con centro nell'origine e assi di simmetria coincidenti con gli assi cartesiani a partire dalla loro definizione come luogo di punti. Saper rappresentare l'ellisse o iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ ricavandone le caratteristiche fondamentali.</p> <p>Saper stabilire la posizione reciproca di una retta e di un'ellisse o di un'iperbole e deve Saper ricavare le equazioni delle rette tangenti ad un'ellisse o ad un'iperbole condotte da un punto esterno alla curva o sulla curva.</p> <p>Saper ricavare l'equazione dell'ellisse o dell'iperbole (con centro nell'origine) date due condizioni.</p>

Moduli didattici di Matematica per alunni in ingresso da altre scuole
Programma di Matematica per la Classe QUARTA

Nucleo 1: Funzioni esponenziali e logaritmiche.

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
Funzioni esponenziali	<ul style="list-style-type: none"> • Ampliamento del concetto di potenza • La funzione esponenziale 	<p>Conoscere le definizioni di potenza con esponente ad esponente naturale, intero e razionale</p> <p>Saper fornire una descrizione intuitiva del significato di potenza ad esponente reale.</p> <p>Conoscere il grafico e le principali proprietà della funzione esponenziale elementare $y = a^x$.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni esponenziali utilizzando consapevolmente le proprietà della funzione esponenziale.</p>
Funzioni logaritmiche	<ul style="list-style-type: none"> • Il logaritmo in base a assegnata di un numero reale positivo • La funzione logaritmica di base a 	<p>Conoscere la definizione di logaritmo in una data base di un numero reale positivo.</p> <p>Conoscere il grafico e le principali proprietà della funzione logaritmica elementare $y = \log_a x$.</p> <p>Conoscere e applicare le proprietà fondamentali dei logaritmi e la formula del cambiamento di base.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni logaritmiche utilizzando consapevolmente le proprietà dei logaritmi</p> <p>Saper risolvere alcune equazioni e disequazioni esponenziali che richiedono l'utilizzo dei logaritmi.</p> <p>Saper rappresentare grafici di funzioni trascendenti (logaritmiche od esponenziali) deducibili dai grafici delle funzioni elementari mediante l'applicazione delle trasformazioni ed eventualmente delle proprietà dei logaritmi.</p> <p>Saper risolvere per via grafica alcune equazioni o disequazioni esponenziali o logaritmiche.</p> <p>Saper risolvere problemi che hanno quale modello una funzione esponenziale (modelli di crescita o decrescita esponenziale).</p>

Nucleo 2: Goniometria e trigonometria.

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
Funzioni goniometriche	<ul style="list-style-type: none"> • Elementi di base per la goniometria • Le funzioni goniometriche • Formule goniometriche 	<p>Conoscere la definizione di seno, coseno e tangente di un angolo orientato e deve Saperne calcolare i valori notevoli assunti in corrispondenti di angoli particolari.</p> <p>Conoscere la I e la II identità fondamentale della goniometria e deve essere in grado di applicarle</p> <p>Saper esprimere una funzione goniometrica di un dato angolo in funzione di una sola altra di esse.</p> <p>Conoscere e saper applicare le formule relative agli angoli associati, in particolare saper effettuare la riduzione al I quadrante.</p> <p>Conoscere i grafici delle funzioni goniometriche elementari $y = \sin x$, $y = \cos x$ e $y = \tan x$ e le relative proprietà</p> <p>Saper rappresentare i grafici di funzioni del tipo $y = A \sin(\omega x + \varphi) + B$, $y = A \cos(\omega x + \varphi) + B$, $y = A \tan(\omega x + \varphi) + B$ applicando le trasformazioni geometriche e viceversa, dato un grafico di funzione di tale forma, Saperne ricavare i parametri A, ω, φ, B.</p> <p>Saper determinare il periodo di una funzione assegnata ottenuta a partire dalle funzioni goniometriche elementari.</p> <p>Conoscere la definizione di arcoseno, arcocoseno e arcotangente di un numero reale</p> <p>Conoscere il grafico e le proprietà delle funzioni goniometriche inverse</p> <p>Saper risolvere esercizi quali la ricerca del dominio o la rappresentazione di grafici deducibili di funzioni ottenute dalle funzioni goniometriche inverse.</p> <p>Conoscere e saper applicare in contesti diversi le formule di addizione, sottrazione, duplicazione, bisezione</p> <p>Conoscere il legame tra il coefficiente angolare di una retta e l'angolo che la retta forma con l'asse x in direzione positiva</p>

Trigonometria	<ul style="list-style-type: none"> Equazioni e disequazioni goniometriche I teoremi della trigonometria 	<p>Saper rappresentare i grafici di funzioni lineari in seno e coseno, ossia della forma $y = a \sin x + b \cos x + c$ e di funzioni quadratiche in seno e coseno, ossia della forma $y = a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x + d$.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni elementari o riconducibili in seno, coseno e tangente.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni lineari (o riconducibili) in seno e coseno.</p> <p>Saper risolvere equazioni e disequazioni omogenee di II grado (o riconducibili) in seno e coseno.</p> <p>Saper risolvere goniometriche disequazioni prodotto/fratte.</p> <p>Conoscere gli enunciati e la dimostrazione dei seguenti teoremi di trigonometria: I teorema sui triangoli rettangoli, Il teorema sui triangoli rettangoli, formula trigonometrica dell'area di un triangolo, teorema della corda, teorema dei seni (o di Eulero), teorema del coseno (o di L. Carnot).</p> <p>Saper applicare i teoremi della trigonometria per risolvere triangoli rettangoli e triangoli qualunque.</p> <p>Saper applicare i teoremi della trigonometria in problemi di varia natura</p>
---------------	---	--

Nucleo 3: Calcolo combinatorio e della probabilità.

Argomento	Conoscenze/contenuti disciplinari	Abilità
Calcolo combinatorio	<ul style="list-style-type: none"> Disposizioni, permutazioni, combinazioni. I coefficienti binomiali 	<p>Conoscere e saper applicare in contesti pratici il primo principio fondamentale del calcolo combinatorio</p> <p>Conoscere la definizione di disposizione semplice e con ripetizione e saperne calcolare il numero;</p> <p>Conoscere la definizione di permutazione semplice e con ripetizione e saperne calcolare il numero;</p> <p>Conoscere la definizione di combinazione semplice e Saperne calcolare il numero;</p> <p>Saper riconoscere quale modello applicare in un problema.</p> <p>Saper riconoscere i contesti in cui occorre sommare i vari raggruppamenti trovati (secondo principio fondamentale del calcolo combinatorio).</p> <p>Conoscere la definizione di fattoriale di un numero naturale e le sue principali proprietà;</p> <p>Conoscere la definizione di coefficienti binomiale e le sue principali proprietà.</p> <p>Saper risolvere equazioni e verificare identità coinvolgenti fattoriali e coefficienti binomiali.</p> <p>–</p>
Calcolo della probabilità	<ul style="list-style-type: none"> Definizioni di probabilità e teoremi. 	<p>Conoscere la terminologia del calcolo delle probabilità relativa agli eventi e alle operazioni tra essi</p> <p>Conoscere e Saper applicare la definizione classica di probabilità e</p> <p>Conoscere le definizioni frequentistica di probabilità-</p> <p>Conoscere gli enunciati dei due assiomi, con particolare rilievo alla regola della somma per eventi incompatibili.</p> <p>Conoscere e applicare i primi teoremi di calcolo delle probabilità: teorema della probabilità dell'evento contrario, teorema della probabilità dell'evento unione, teorema della probabilità dell'evento differenza e saperli applicare in contesti pratici.</p> <p>Conoscere la definizione di probabilità condizionata e riconoscerne il significato nei contesti in cui sia possibile applicare la definizione classica, deve</p> <p>Conoscere la formula delle probabilità composte e la definizione e le caratterizzazioni dell'indipendenza di eventi, in particolare la regola del prodotto e deve Saper applicare i concetti suesposti in contesti pratici.</p> <p>Conoscere ed applicare il teorema della probabilità totale e il teorema di Bayes.</p>