



LICEO SCIENTIFICO STATALE
“ENRICO FERMI”

SEDE: VIA MAZZINI, 172/2° - 40139 BOLOGNA
TELEFONO: 051/4298511 - FAX: 051/392318 - CODICE FISCALE: 80074870371

SEDE ASSOCIATA: VIA NAZIONALE TOSCANA, 1 - 40068 SAN LAZZARO DI SAVENA
TELEFONO: 051/470141 - FAX: 051/478966

E-MAIL: bops02000d@istruzione.it

WEB-SITE: www.liceofermibo.edu.it

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA



Programmazione MATEMATICA

II biennio e V anno

D.D.I.

A.S. 2020/21

Indice

| | |
|---|----|
| 1. Obiettivi specifici della disciplina..... | 3 |
| 3. NUCLEI ESSENZIALI | 3 |
| Classe III..... | 4 |
| Nucleo 1: Disequazioni e funzioni..... | 4 |
| Nucleo 2: La retta..... | 5 |
| Nucleo 3: Trasformazioni geometriche..... | 6 |
| Nucleo 4: La circonferenza..... | 7 |
| Nucleo 5: La parabola..... | 8 |
| Nucleo 6: Ellisse ed iperbole; complementi sulle coniche..... | 8 |
| Nucleo 7: Funzioni esponenziali e logaritmiche | 9 |
| Classe IV | 11 |
| Nucleo 1: Funzioni goniometriche..... | 11 |
| Nucleo 2: Trattamenti, equazioni e disequazioni nell'ambito delle funzioni goniometriche..... | 12 |
| Nucleo 3: Trigonometria..... | 12 |
| Nucleo 4 Geometria analitica nello spazio..... | 13 |
| Nucleo 5: Calcolo combinatorio e calcolo delle probabilità | 14 |
| Classe V..... | 15 |
| Nucleo 1:, Funzioni e limiti | 15 |
| Nucleo 2: Calcolo differenziale | 17 |
| Nucleo 3: Studio di funzioni reali di una variabile reale..... | 18 |
| Nucleo 4: Il calcolo integrale | 19 |
| Nucleo 5: Probabilità (Dati e previsioni) | 20 |
| Nucleo 6: Geometria analitica nello spazio..... | 21 |
| 3. Tabella di valutazione | 22 |

1. Obiettivi specifici della disciplina

Per grandi linee, gli obiettivi disciplinari sul triennio possono essere inquadrati nella seguente scansione:

- Inquadrare le conoscenze in un sistema coerente
- Interpretare, descrivere e rappresentare fenomeni empirici
- Comprendere ed utilizzare correttamente il linguaggio specifico della disciplina
- Studiare un testo scientifico e comprenderlo attraverso un esame analitico
- Acquisire strumenti fondamentali atti a costruire modelli di descrizione e indagine della realtà (relazioni, formule, corrispondenze, grafici, piano cartesiano)
- Formalizzare e rappresentare relazioni e dipendenze
- Analizzare un problema ed individuare il modello matematico più adeguato per la sua risoluzione
- Comprendere i passi di un ragionamento e saperlo ripercorrere
- Utilizzare pacchetti e strumenti informatici
- Elaborare informazioni utilizzando al meglio metodi e strumenti di calcolo
- Stabilire criteri per la valutazione di elaborazioni affidate a esecutori automatici

Riferimenti specifici alle abilità e agli obiettivi didattici relativi ad ogni singolo nucleo sono presenti nella successiva articolazione. Si segnala che le due articolazioni, quella relativa al percorso Istituzionale e quella relativa al percorso di Potenziamento dell'area scientifica, rispettano la stessa logica e possono essere lette secondo un impianto unitario; nel percorso del Potenziamento si avrà tempo e modo di approfondire alcuni temi scelti dal docente ed alcune applicazioni soprattutto in ambito della fisica.

3. NUCLEI ESSENZIALI

Vengono riportate le articolazioni in nuclei tematici, **INDIVIDUANDO I NUCLEI ESSENZIALI** e per ogni nucleo vengono indicate alcune prestazioni attese, e un insieme di contenuti ragionevolmente correlato a tali prestazioni.

Nell'articolare l'attività didattica, il docente delle singole classi potrà quindi considerare una diversa organizzazione temporale, e operare secondo l'ingegneria didattica conseguente.

Le programmazioni individuali dei singoli docenti hanno, quindi, questo documento come cornice di riferimento e quadro ideale, all'interno del quale organizzare il lavoro nelle singole classi, anche alla luce della loro natura e delle conseguenti scelte del docente.

Classe III

Nucleo 1: Disequazioni e funzioni

| Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|---------------------------------|---|---|
| 1.1 Equazioni e disequazioni | <ul style="list-style-type: none"> • Equazioni irrazionali • Disequazioni irrazionali • Disequazioni con valore assoluto | <p>Le equazioni irrazionali della forma $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$ e $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$: lo studente, a partire dalle proprietà delle uguaglianze, deve sapere che elevando ad esponente dispari i due membri di una equazione ottiene un'equazione equivalente a quella data e che elevando ad esponente pari in generale non si ottiene un'equazione equivalente, ma si aggiungono delle soluzioni <i>fittizie</i>. Lo studente deve saper applicare il metodo della <i>verifica diretta</i> per stabilire l'accettabilità delle soluzioni ma deve anche sapere che l'equazione $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$ è equivalente al sistema misto</p> $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g^2(x) \end{cases}$ <p>Applicazioni a casi più complessi (presenza di più radicali quadratici) riconducibili al caso base.</p> <p>Le disequazioni irrazionali della forma $\sqrt[n]{f(x)} \leq g(x)$ e $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$ e $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$: lo studente, a partire dalle proprietà delle disuguaglianze, deve sapere che elevando ad esponente dispari i due membri di una disequazione ottiene una disequazione equivalente a quella data e che elevando ad esponente pari in generale non si ottiene una disequazione equivalente. Lo studente deve sapere (e saper giustificare) che la disequazione $\sqrt[n]{f(x)} < g(x)$ è equivalente a $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g^2(x) \end{cases}$ e che la disequazione $\sqrt[n]{f(x)} > g(x)$ è equivalente a $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) < 0 \\ f(x) > g^2(x) \end{cases}$.</p> <p>Applicazioni a casi più complessi riconducibili ai casi base, in particolare le disequazioni fratte irrazionali.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere i seguenti tipi di equazioni e disequazioni con valore assoluto: Equazioni con valore assoluto, in particolare le equazioni della forma $f(x) = k$ e $f(x) = g(x)$. Le disequazioni con un valore assoluto: risoluzione mediante lo scioglimento del valore assoluto. Le disequazioni elementari con un valore assoluto $f(x) \leq k$. Le disequazioni con un valore assoluto: risoluzione mediante la <i>regola breve</i> (senza dimostrazione). Casi semplici di disequazioni con più valori assoluti (schema dei segni degli argomenti dei valori assoluti).</p> |

| | | | |
|-----|----------|---|---|
| 1.2 | Funzioni | <ul style="list-style-type: none"> Definizione di funzione e terminologia. Proprietà delle funzioni reali di variabile reale: iniettività e suriettività. Funzioni biiettive e funzione inversa Composizione di funzioni. | <p>Lo studente deve saper applicare le conoscenze summenzionate in problemi di varia natura che hanno come modello le disequazioni.</p> <p>Lo studente deve conoscere la definizione di funzione $f:A \rightarrow B$ $x \mapsto y = f(x)$ come particolare tipo di relazione tra A e B, deve conoscere la definizione di immagine e di controimmagine di un elemento mediante una funzione, di dominio, di codominio, insieme immagine $f(A)$.</p> <p>Lo studente deve saper determinare il dominio naturale (campo di esistenza) di una funzione reale di variabile reale e deve saper leggere sul grafico il dominio e l'insieme immagine.</p> <p>Lo studente deve conoscere le definizioni di funzione suriettiva, iniettiva e biiettiva e deve saper valutare sul grafico se una data funzione possiede o meno tali proprietà.</p> <p>Lo studente deve conoscere la definizione di funzione inversa di una funzione invertibile e deve essere in grado di ricavarne l'espressione analitica in casi semplici e di tracciarne il grafico.</p> <p>Lo studente deve conoscere le definizioni di funzione pari e dispari e saperle applicare algebricamente e deve saper riconoscere la parità di una funzione dal suo grafico.</p> <p>Lo studente deve saper determinare l'espressione analitica della funzione ottenuta mediante composizione di due funzioni.</p> |
|-----|----------|---|---|

Nucleo 2: La retta

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|---|---|--|
| 2.1 | La funzione lineare e la retta nel piano cartesiano | <ul style="list-style-type: none"> Richiami sul piano cartesiano La funzione lineare $y = mx + q$ e l'equazione della retta. Posizione reciproca di due rette, rette incidenti, rette parallele e perpendicolari. | <p>Lo studente deve saper risolvere problemi che richiedono le nozioni di distanza tra due punti, punto medio di un segmento e baricentro di un triangolo (es. ricerca del circoncentro).</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare la funzione lineare $y = mx + q$, conoscendo il significato del coeff. angolare e dell'ordinata all'origine, in particolare deve essere in grado di associare particolari valori di m all'angolo che la retta forma con l'asse x in direzione positiva.</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare funzioni riconducibili alla funzione lineare base e deve essere in grado di sfruttare tali grafici per risolvere graficamente alcune equazioni e disequazioni.</p> <p>Lo studente deve saper associare ad una data retta un'equazione lineare e viceversa e deve saper trovare l'equazione di una retta date due condizioni assegnate</p> <p>Lo studente deve saper stabilire la posizione reciproca di due rette assegnate a partire dalla loro equazione, in particolare deve riconoscere se due rette sono parallele; lo studente deve riconoscere se due rette sono perpendicolari.</p> |

| | | | |
|--|--|---|--|
| | | <ul style="list-style-type: none"> Distanza di un punto da una retta Fascio proprio di rette passanti per un punto; fascio improprio di rette aventi una direzione assegnata. | <p>Lo studente deve saper calcolare la distanza di un punto da una retta.</p> <p>Lo studente deve saper trovare l'equazione dell'asse di un segmento (mediante la definizione o mediante la sua caratterizzazione come luogo di punti) e della bisettrice di un angolo (mediante la sua caratterizzazione come luogo di punti).</p> <p>Lo studente deve essere in grado, di determinare i valori del parametro per i quali le rette di un fascio soddisfano certe richieste.</p> |
|--|--|---|--|

Nucleo 3: Trasformazioni geometriche

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|-----------|--|--|
| 3.1 | Isometrie | <ul style="list-style-type: none"> Simmetrie centrali Simmetrie assiali Traslazioni Grafici deducibili | <p>Lo studente deve conoscere la definizione di simmetria centrale σ_C di centro C e deve saperne scrivere le equazioni.</p> <p>Lo studente deve conoscere la definizione di simmetria assiale σ_r avente quale asse di simmetria la retta r e deve saperne scrivere le equazioni nel caso in cui r sia parallela agli assi cartesiani o sia una bisettrice dei quadranti.</p> <p>Lo studente deve saper applicare le equazioni di una simmetria per trasformare punti (e quindi poligoni...) e deve saper applicare le equazioni di una simmetria per trasformare curve di data equazione.</p> <p>Lo studente deve quindi saper determinare algebricamente se una curva data possiede o meno un centro di simmetria o un asse di simmetria.</p> <p>Lo studente deve conoscere la definizione di traslazione associata ad un certo vettore e deve saper scrivere le equazioni della traslazione τ_v di vettore $\vec{v}(a, b)$. Lo studente deve saper applicare le equazioni di una traslazione per trasformare punti (e quindi poligoni...) e deve saper applicare le equazioni di una traslazione per trasformare curve di data equazione;</p> <p>Lo studente a partire dal grafico di $y = f(x)$ deve essere in grado di disegnare il grafico di $y = -f(x)$, $y = f(-x)$, $y = f(x)$, $y = f(x)$, $y = f(x - a) + b$</p> |

Nucleo 4: La circonferenza

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|------------------|---|--|
| 4.1 | La circonferenza | <ul style="list-style-type: none"> • L'equazione della circonferenza • Forme particolari dell'equazione di una circonferenza • Determinazione di una circonferenza in base a condizioni assegnate • Posizione reciproca di una circonferenza e di una retta. • Rette tangenti ad una circonferenza • Applicazione alle funzioni | <p>Lo studente deve saper determinare l'equazione della circonferenza a partire dalla sua definizione come luogo di punti, e quindi deve conoscere e saper utilizzare l'equazione $(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2$ in contesti in cui il centro $C(x_C, y_C)$ e il raggio R sono assegnati o ricavabili da altri dati.</p> <p>Lo studente deve saper riconoscere quando l'equazione $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ rappresenta una circonferenza.</p> <p>Lo studente deve saper ricavare l'equazione della circonferenza date tre condizioni usando un approccio geometrico o algebrico (analitico).</p> <p>Lo studente deve saper stabilire la posizione reciproca di una retta e di una circonferenza e deve saper ricavare le equazioni delle rette tangenti ad una circonferenza condotte da un punto.</p> <p>Lo studente deve saper stabilire la posizione reciproca di due circonferenze.</p> <p>Lo studente deve saper riconoscere che alcune funzioni irrazionali hanno per grafico un arco di circonferenza e deve saperle rappresentare e viceversa, assegnato il grafico di una funzione costituito da archi di circonferenze, deve saperne trovare l'espressione analitica.</p> <p>Lo studente deve saper utilizzare i grafici menzionati in precedenza per risolvere per via grafica alcune equazioni e disequazioni irrazionali.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere problemi geometrici che danno origine ad alcune funzioni irrazionali.</p> |

Nucleo 5: La parabola

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|-------------|--|--|
| 5.1 | La parabola | <ul style="list-style-type: none"> L'equazione della parabola | <p>Lo studente deve saper determinare l'equazione della parabola a partire dalla sua definizione come luogo di punti, e quindi deve conoscere e saper utilizzare l'equazione $(x - x_F)^2 + (y - y_F)^2 = (y - d)^2$ in contesti in cui il centro $F(x_F, y_F)$ e la direttrice $y = d$ sono assegnati o ricavabili da altri dati.</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare la parabola l'equazione $y = ax^2 + bx + c$ e di tale parabola deve saper ricavare fuoco, vertice, asse di simmetria e direttrice.</p> <p>Lo studente deve riconoscere alcune caratteristiche della parabola in accordo a segno e/o valore assoluto dei coefficienti a, b, c.</p> |
| | | <ul style="list-style-type: none"> Determinazione dell'equazione di una parabola in base a condizioni assegnate Posizione reciproca di una retta e di una parabola. Applicazioni alle funzioni. | <p>Lo studente deve saper estendere quanto summenzionato al caso della parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x, applicando la simmetria rispetto a bisettrice di I e III quadrante.</p> <p>Lo studente deve saper ricavare l'equazione della parabola date tre condizioni.</p> <p>Lo studente deve saper stabilire la posizione reciproca di una retta e di una parabola e deve saper ricavare le equazioni delle rette tangenti ad una parabola condotte da un punto.</p> <p>Lo studente deve conoscere e saper utilizzare la formula che fornisce la pendenza della retta tangente in un punto della parabola.</p> <p>Lo studente deve saper riconoscere che alcune funzioni irrazionali hanno per grafico un arco di parabola e deve saperle rappresentare e viceversa, assegnato il grafico di una funzione costituito da archi di parabole, deve saperne trovare l'espressione analitica.</p> <p>Lo studente deve saper utilizzare i grafici menzionati in precedenza per risolvere per via grafica alcune equazioni e disequazioni irrazionali.</p> |

Nucleo 6: Ellisse ed iperbole; complementi sulle coniche.

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|-----------|---|--|
| 6.1 | L'ellisse | <ul style="list-style-type: none"> L'ellisse e l'iperbole. Elementi caratteristici del grafico di un'ellisse e di un'iperbole. Applicazioni alle funzioni. | <p>Lo studente deve saper determinare l'equazione dell'ellisse o dell'iperbole con centro nell'origine e assi di simmetria coincidenti con gli assi cartesiani a partire dalla loro definizione come luogo di punti.</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare l'ellisse o iperbole di equazione $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$ ricavandone le caratteristiche fondamentali.</p> |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | <p>Lo studente deve saper riconoscere che alcune funzioni irrazionali hanno per grafico un arco di ellisse o di iperbole e deve saperle rappresentare e viceversa, assegnato il grafico di una funzione costituito da archi di ellissi e di iperboli, deve saperne trovare l'espressione analitica.</p> <p>Lo studente deve saper utilizzare i grafici menzionati in precedenza per risolvere per via grafica alcune equazioni e disequazioni irrazionali.</p> <p>Lo studente deve saper scrivere l'equazione dell'ellisse o iperbole con centro nel punto $C(x_C, y_C)$ e assi di simmetria paralleli agli assi cartesiani, applicando l'opportuna traslazione.</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare l'ellisse o iperbole di equazione $\frac{(x-x_C)^2}{a^2} \pm \frac{(y-y_C)^2}{b^2} = \pm 1$ ricavandone le caratteristiche fondamentali.</p> <p>Lo studente deve conoscere e saper ricavare l'equazione $xy = k$ dell'iperbole equilatera con centro nell'origine e riferita agli asintoti.</p> <p>Lo studente deve conoscere l'espressione analitica della funzione omografica e deve sapere in quali casi essa ha per grafico una iperbole equilatera riferita agli asintoti e traslata.</p> |
|--|--|--|--|

Nucleo 7: Funzioni esponenziali e logaritmiche

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|-----------------------|---|--|
| 7.1 | Funzioni esponenziali | <ul style="list-style-type: none"> Ampliamento del concetto di potenza La funzione esponenziale | <p>Lo studente deve conoscere le definizioni di potenza con esponente naturale, intero e razionale e deve saper fornire una descrizione intuitiva del significato di potenza ad esponente reale.</p> <p>Lo studente deve conoscere il grafico e le principali proprietà della funzione esponenziale elementare $y = a^x$.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere equazioni e disequazioni esponenziali utilizzando consapevolmente le proprietà della funzione esponenziale.</p> |

| | | | |
|-----|-----------------------|---|---|
| 7.2 | Funzioni logaritmiche | <ul style="list-style-type: none"> • Il logaritmo in base a assegnata di un numero reale positivo • La funzione logaritmica di base a | <p>Lo studente deve conoscere la definizione di logaritmo in una data base di un numero reale positivo.</p> <p>Lo studente deve conoscere il grafico e le principali proprietà della funzione logaritmica elementare $y = \log_a x$.</p> <p>Lo studente deve conoscere le proprietà fondamentali dei logaritmi e la formula del cambiamento di base.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere equazioni e disequazioni logaritmiche utilizzando consapevolmente le proprietà dei logaritmi e deve saper risolvere alcune equazioni e disequazioni esponenziali che richiedono l'utilizzo dei logaritmi.</p> <p>Lo studente deve saper rappresentare grafici di funzioni trascendenti (logaritmiche od esponenziali) deducibili dai grafici delle funzioni elementari mediante l'applicazione delle trasformazioni ed eventualmente delle proprietà dei logaritmi.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere per via grafica alcune semplici equazioni o disequazioni esponenziali o logaritmiche.</p> <p>Lo studente deve saper risolvere problemi che hanno quale modello una funzione esponenziali (modelli di crescita o decrescita esponenziale).</p> |
|-----|-----------------------|---|---|

Classe IV

Nucleo 1: Funzioni goniometriche

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|----------------------------|--|---|
| 1.1 | Angoli e loro misura | <ul style="list-style-type: none"> • Angoli (archi) e loro misura | <p>Associare a un angolo una misura. Definire il radiante. Associare ad un angolo la sua misura in radianti. Convertire misure da gradi a radianti e viceversa.</p> <p>Associare un angolo ad un sistema di riferimento.</p> |
| 1.2 | Le funzioni goniometriche | <ul style="list-style-type: none"> • Il seno, il coseno e la tangente di un angolo (arco) | <p>Definire il seno, il coseno e la tangente di angoli orientati in termini di coordinate cartesiane.</p> <p>Disegnare l'arco che ha un seno (coseno) assegnato.</p> |
| 1.3 | Proprietà e trasformazioni | <ul style="list-style-type: none"> • Aspetti e caratteristiche funzionali • Grafici delle funzioni goniometriche | <p>Dedurre il valore del seno, del coseno e della tangente di archi notevoli.</p> <p>Definire la funzione seno (coseno, tangente) per archi appartenenti all'intervallo $[0; 2\pi]$, e stabilire il dominio della funzione tangente. Estendere le funzioni goniometriche all'insieme \mathbf{R}.</p> <p>Definire il periodo di una funzione e stabilire il periodo delle funzioni goniometriche.</p> <p>Conoscere le proprietà delle funzioni seno, coseno, tangente (zeri, segno, monotonia, grafico, asintoti)</p> <p>Verificare che le funzioni goniometriche non sono iniettive.</p> |
| 1.4 | Trattamenti algebrici | <ul style="list-style-type: none"> • Relazioni fondamentali • Funzioni inverse • Lettura ed interpretazione dei grafici • Trasformazioni di un grafico | <p>Dimostrare l'identità fondamentale. Dimostrare la relazione fra la funzione tangente e le funzioni seno e coseno di un arco. Costruire relazioni formali fra i valori delle funzioni goniometriche. Verificare semplici identità che coinvolgono funzioni goniometriche.</p> <p>Definire la funzione $y = \arcsin x$ (arccosx e arctanx). Disegnare il grafico delle funzioni inverse delle funzioni goniometriche. Stabilire il dominio di funzioni composte del tipo $y = \arcsin f(x)$.</p> <p>Riconoscere le trasformazioni coinvolte in funzioni composte $y = k \sin(hx - a) + b$.</p> <p>Prevedere il comportamento della funzione $y = k \sin(hx - a) + b$ in base all'analisi dei parametri. Eseguire congetture sulla possibile espressione analitica di una funzione, assegnato il suo grafico.</p> |

Nucleo 2: Trattamenti, equazioni e disequazioni nell'ambito delle funzioni goniometriche

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|---------------------------|---|---|
| 2.1 | Formule di trasformazione | <ul style="list-style-type: none"> • Angoli associati • Formule di addizione e di duplicazione • Formule di bisezione, formule parametriche | <p>Calcolare le funzioni del complementare, del supplementare, dell'opposto di un arco e di altri archi associati. Riconoscere il carattere di parità delle funzioni goniometriche.</p> <p>Saper applicare le formule goniometriche Scrivere una espressione utilizzando una sola funzione goniometrica (angolo aggiunto). Verificare semplici identità goniometriche.</p> |
| 2.2 | Equazioni e disequazioni | <ul style="list-style-type: none"> • Equazioni goniometriche elementari • Equazioni riconducibili a elementari • Eq.ni lineari in $\sin x$ e $\cos x$ • Altri tipi di eq.ni goniometriche • Diseq.ni goniometriche elementari • Diseq.ni goniometriche riconducibili a elementari • Diseq.ni lineari in $\sin x$ e $\cos x$ • Rappresentare e interpretare il grafico di funzioni goniometriche | <p>Risolvere equazioni elementari del tipo $\sin(f(x))=k$, $\cos(f(x))=k$, $\tan(x)=k$, $\sin(f(x))=\sin(g(x))$, $\cos(f(x))=\cos(g(x))$, $\tan(f(x))=\tan(g(x))$</p> <p>Risolvere equazioni omogenee. Risolvere eq.ni lineari non omogenee seguendo la risoluzione grafica e/o utilizzando il metodo dell'angolo aggiunto. Risolvere eq.ni omogenee in $\sin x$ e $\cos x$ ed altri tipi di eq.ni goniometriche.</p> <p>Valutare la risolvibilità di diseq.ni del tipo $\sin x < k$ e interpretare le soluzioni sia sulla circonferenza goniometrica o sul grafico della funzione goniometrica in esame. Ricondurre a diseq.ni elementari particolari classi di diseq.ni. Applicare trattamenti adeguati a disequazioni di classi particolari ($\sin f(x) > k, \dots$).</p> <p>Risolvere diseq.ni lineari non omogenee seguendo la risoluzione grafica e/o utilizzando il metodo dell'angolo aggiunto. Interpretare analiticamente la risoluzione di $\sin x < k$.</p> |

Nucleo 3: Trigonometria

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|--------------------------------------|--|---|
| 3.1 | Risoluzione dei triangoli rettangoli | <ul style="list-style-type: none"> • Teoremi del triangolo rettangolo | <p>Dimostrare le relazioni fondamentali nel triangolo rettangolo. Risolvere triangoli rettangoli. Interpretazione del coefficiente angolare. Valutare l'angolo formato da due rette nel piano cartesiano.</p> |
| 3.2 | I teoremi Fondamentali | <ul style="list-style-type: none"> • Teorema della corda | <p>Dimostrare la relazione fra la misura di una corda e il seno dell'angolo alla circonferenza opposto.</p> |

| | | | |
|-----|---|---|---|
| 3.3 | Applicazioni della trigonometria e problemi | <ul style="list-style-type: none"> • Teorema dei seni • Teorema di Carnot • Applicazioni della trigonometria • Risoluzione di semplici problemi | <p>Dimostrare la relazione fra la misura di un lato di un triangolo e il seno dell'angolo opposto.</p> <p>Esaminare la risolubilità e risolvere triangoli in base ad un insieme di condizioni assegnate. Determinare la misura di un lato (angolo) in base ad un insieme di condizioni assegnate. Stabilire relazioni fra le misure delle grandezze in un triangolo.</p> <p>Risolvere problemi con incognita assegnata. Formalizzare le relazioni del problema e determinare espressioni per le grandezze coinvolte. Scrivere il modello del problema e risolverlo. Controllare la coerenza di eventuali soluzioni del modello con le limitazioni poste dal problema.</p> |
|-----|---|---|---|

Nucleo 4 Geometria analitica nello spazio

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|----------------------------------|--|---|
| 6.1 | Geometria euclidea dello spazio | <ul style="list-style-type: none"> • Posizioni reciproche di elementi nello spazio • Teorema delle tre perpendicolari | <p>Conoscere le posizioni reciproche di elementi nello spazio.</p> <p>Conoscere e applicare e dimostrare il teorema delle tre perpendicolari.</p> |
| 6.2 | Geometria analitica nello spazio | <ul style="list-style-type: none"> • Coordinate cartesiane nello spazio • Distanza tra due punti, punto medio di un segmento nello spazio • Eq.ne di un piano e condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra piani • Eq.ne di una retta e condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette e tra retta e piano • Distanza di un punto da una retta e da un piano • Eq.ne di una superficie sferica | <p>Saper riconoscere la naturale estensione allo spazio delle formule della distanza tra due punti e delle coordinate del punto medio di un segmento nello spazio e la naturale estensione allo spazio delle proprietà dei vettori nel piano.</p> <p>Riconoscere l'equazione di un piano nello spazio e i casi particolari di parallelismo e perpendicolarità nello spazio ricorrendo ai vettori normali al piano.</p> <p>Conoscere l'eq.ne parametrica di una retta nello spazio. Saper scrivere l'eq.ne di una retta per un punto e di vettore direttore dato nello spazio. Eq.ne di una retta per due punti nello spazio ed eq.ne di una retta individuata da due piani . Conoscere le condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette e loro posizione reciproca e tra retta e piano e loro posizione reciproca.</p> <p>Saper calcolare la distanza di un punto da una retta e di un punto da un piano. Scrivere l'equazione di una superficie sferica in forma cartesiana.</p> |

Nucleo 5: Calcolo combinatorio e calcolo delle probabilità

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|---|---|--|
| 5.1 | Calcolo combinatorio | <ul style="list-style-type: none"> • Disposizioni semplici e con ripetizione • Permutazioni semplici e con ripetizione • Combinazioni semplici e con ripetizione • Coefficiente binomiale • Binomio di Newton e Triangolo di Tartaglia | <p>Saper le definizioni e saperle applicare per risolvere problemi o verificare formule del calcolo combinatorio. Utilizzare i coefficienti binomiali. Calcolare combinazioni e disposizioni con ripetizione.</p> <p>Determinare la potenza di un binomio, conoscere il triangolo di Tartaglia.</p> |
| 5.2 | Il linguaggio specifico del calcolo delle probabilità | <ul style="list-style-type: none"> • Esperimenti ed esiti | <p>Individuare gli esiti associati ad un evento. Definire uno spazio degli eventi per un determinato fenomeno. Riconoscere eventi elementari, eventi certi, eventi impossibili. Utilizzare opportune rappresentazioni per gli spazi degli eventi: diagrammi di Eulero Venn, diagrammi cartesiani, grafi ad albero.</p> |
| | Spazio degli eventi | <ul style="list-style-type: none"> • Operazioni sugli eventi | <p>Definire l'evento somma e l'evento prodotto di due eventi assegnati. Definire l'evento negazione di un evento assegnato. Applicare proprietà formali ad espressioni su eventi. Formalizzare informazioni presenti nel testo di un problema. Precisare il significato degli oggetti linguistici "e", "o", "non".</p> |
| 5.3 | Concezione classica della probabilità | <ul style="list-style-type: none"> • Probabilità • Considerazioni di carattere funzionale • Probabilità di eventi composti • Probabilità condizionata • Il teorema di Bayes | <p>Applicare la definizione classica di probabilità. Stabilire la probabilità della negazione di un evento. Determinare la probabilità della somma logica di eventi.</p> <p>Valutare la dipendenza/indipendenza di eventi. Determinare la probabilità del prodotto logico di eventi. Esprimere la probabilità totale di un evento dipendente da un insieme di eventi. Valutare la probabilità di (H/E), essendo E dipendente da H. Stabilire la probabilità di ottenere k successi su un insieme di n tentativi.</p> |

Classe V

Nucleo 1: Funzioni e limiti

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|---|--|--|
| 1.1 | Elementi di topologia della retta reale | <ul style="list-style-type: none"> Nozioni di carattere insiemistico Insiemi limitati e illimitati Punti di accumulazione | <p>Definire un insieme ordinato. Operare sull'insieme dei numeri reali. Operare con intervalli nell'insieme dei numeri reali. Definire ed operare con intorni (circolari), intorno destro e intorno sinistro. Determinare maggioranti [minoranti] di un insieme A. Riconoscere insiemi limitati. Stabilire l'estremo superiore [inferiore] di un insieme limitato. Individuare massimo [minimo] di un insieme limitato. Riconoscere punti di accumulazione di un insieme e punti isolati di un insieme. Riconoscere una successione; Conoscere le progressioni aritmetiche e le successioni geometriche e le relative somme; saper calcolare il limite di una successione.</p> |
| 1.2 | Funzioni reali di variabile reale | <ul style="list-style-type: none"> La terminologia delle funzioni e dell'analisi infinitesimale Studio di funzioni composte | <p>Richiamare concetti già affrontati sulle funzioni, monotonia, periodicità, parità, limitatezza, invertibilità. Stabilire il dominio di funzioni composte mediante funzioni razionali, irrazionali, goniometriche, logaritmiche ed esponenziali. Studiare funzioni definite a tratti. Determinare zeri e segni di funzioni composte. Delimitare le regioni del piano cartesiano delle quali il grafico di una funzione è sottoinsieme. Determinare le caratteristiche del grafico di $y = \frac{1}{f(x)}$, $y = \sqrt{f(x)}$ in base alle caratteristiche del grafico di $y = f(x)$.</p> |
| 1.3 | Limiti di funzione | <ul style="list-style-type: none"> Limiti di funzioni reali I teoremi sui limiti | <p>Definizioni dei limiti di funzioni reali. Utilizzare correttamente le notazioni (anche in merito a limite in difetto, in eccesso). Correlare il limite di una funzione ad una caratteristica geometrica del suo grafico. Determinare l'esistenza di asintoti per il grafico di una funzione.</p> <p>Conoscere e dimostrare i teoremi sui limiti (unicità del limite, permanenza del segno, confronto).</p> |

| | | | |
|-----|-------------------------|---|--|
| | | <ul style="list-style-type: none"> Algebra dei limiti | <p>Applicare le proprietà dell'algebra dei limiti. Risolvere forme di indecisione.</p> |
| 1.4 | Funzioni continue | <ul style="list-style-type: none"> Continuità di una funzione I limiti notevoli Proprietà delle funzioni continue Funzioni continue e discontinuità I teoremi fondamentali sulle funzioni continue Elementi di calcolo approssimato | <p>Determinare i limiti di funzioni composte. Definire la continuità di funzione in un punto interno al dominio. Definire la continuità di funzione in un punto estremo dell'intervallo di definizione [continuità a destra, a sinistra]. Definire la continuità di una funzione in un intervallo. Riconoscere, utilizzare e dimostrare il limite notevole $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$. Riconoscere e utilizzare il limite notevole $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$.</p> <p>Conoscere le proprietà delle funzioni continue (<i>permanenza del segno, somma algebrica, prodotto, ecc.</i>) e delle funzioni composte. Determinare la natura di alcuni tipi di discontinuità: <i>eliminabile, I specie, II specie</i></p> <p>Conoscere i teoremi sulle funzioni continue: di Weierstrass, dei valori intermedi e di esistenza degli zeri e le loro applicazioni. Continuità della funzione inversa.</p> <p>Applicare i teoremi sulle funzioni continue per individuare l'intervallo al quale appartiene lo zero di una funzione. Individuare zeri con metodi grafici.</p> |
| 1.5 | Grafico di una funzione | <ul style="list-style-type: none"> Grafico probabile di una funzione | <p>Stabilire alcune caratteristiche del grafico di una funzione reale $y = f(x)$ di una variabile reale. Impostare lo studio di funzione per tracciarne un grafico probabile.</p> |

Nucleo 2: Calcolo differenziale

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|------------------------------------|--|--|
| 2.1 | Rapporto incrementale e derivata | <ul style="list-style-type: none"> Il rapporto incrementale | <p>Scrivere il rapporto incrementale di una funzione f nel punto assegnato x_0 interno al dominio di f.</p> <p>Associare al rapporto incrementale il suo significato geometrico .</p> |
| 2.2 | Derivata di funzione | <ul style="list-style-type: none"> Derivata di una funzione in un punto Funzione derivata di una funzione assegnata | <p>Definire la derivata di una funzione f in un punto x_0 .</p> <p>Definire la derivata nei casi in cui non si può considerare il limite del rapporto incrementale in x_0 per $h \rightarrow 0$ (ad esempio quando x_0 è un estremo di I) e può verificarsi che esista il limite finito di esso per $h \rightarrow 0^+$ ($h \rightarrow 0^-$); quindi definire la derivata destra [sinistra] in x_0 .</p> <p>Definire la funzione derivata di una funzione in un intervallo I.</p> |
| | | <ul style="list-style-type: none"> Continuità delle funzioni derivabili Significato geometrico della derivata Interpretazione geometrica di alcuni casi di non derivabilità | <p>Dimostrare che la derivabilità di f è condizione sufficiente per la continuità di f una funzione in un punto.</p> <p>Scrivere l'eq.ne della tangente e della normale al grafico di una funzione f in un punto.</p> <p>Stabilire relazioni fra il grafico di f' ed il grafico di f.</p> <p>Interpretare geometricamente alcuni casi di non derivabilità.</p> |
| 2.3 | Proprietà e algebra delle derivate | <ul style="list-style-type: none"> Regole di derivazione Derivate delle principali funzioni Derivate di ordine superiore Derivate applicata alla fisica | <p>Stabilire la derivata di semplici funzioni.</p> <p>Determinare la derivata della somma algebrica, del prodotto, del quoziente di funzioni.</p> <p>Determinare la derivata delle funzioni composte</p> <p>Determinare la derivata della funzione inversa.</p> <p>Determinare la funzione derivata della funzione potenza.</p> <p>Estendere il calcolo della funzione derivata a potenze con esponenti negativi o razionali.</p> <p>Determinare la derivata delle funzioni (logaritmiche, esponenziali, ecc.)</p> <p>Determinare la derivata delle funzioni inverse delle funzioni goniometriche.</p> <p>Determinare la derivata delle funzioni elementari e delle principali funzioni.</p> <p>Calcolare le derivate successive di una funzione data.</p> <p>Saper applicare il concetto di derivata alla fisica (esempio: velocità, intensità di corrente elettrica, ecc.)</p> |

| | | | |
|-----|--|--|---|
| 2.4 | Teoremi fondamentali sulle funzioni derivabili | <ul style="list-style-type: none"> I teoremi fondamentali sulle funzioni derivabili | <p>Enunciare i teoremi di Fermat, Rolle e di Lagrange; conoscerne la loro dimostrazione e il significato geometrico dei loro enunciati. Conoscere il significato fisico del teorema di Lagrange. Associare al teorema di Lagrange alcune conseguenze per funzioni continue. Enunciare e applicare il teorema di De L'Hôpital. Esaminare le condizioni di applicabilità dei teoremi citati. Ricondurre alle forme previste dal teorema di De L'Hôpital altre forme di indecisione.</p> |
| 2.5 | Equazioni differenziali | <ul style="list-style-type: none"> Definizione di equazione differenziali | <p>Conoscere il significato di equazione differenziale, saper definire l'ordine di un'equazione differenziale. Conoscere il significato di integrale generale di un'equazione differenziale. Verificare se una funzione è soluzione di una data equazione differenziale.</p> |

Nucleo 3: Studio di funzioni reali di una variabile reale

| | | | |
|-----|---------------------------------|---|---|
| 3.2 | Funzioni crescenti, decrescenti | <ul style="list-style-type: none"> Funzioni crescenti, decrescenti | <p>Determinare gli intervalli in cui una funzione è crescente [decrescente]. Definire massimo relativo e minimo relativo.</p> |
| 3.3 | Massimi, minimi, flessi | <ul style="list-style-type: none"> Massimi e minimi: Condizioni Necessarie e Condizioni Sufficienti Convessità di una funzione in un punto e Flessi | <p>Determinare i valori di alcuni parametri in modo che un grafico soddisfi condizioni assegnate. Determinare i punti di massimo e di minimo relativi per una funzione. Stabilire condizioni necessarie per l'esistenza di punti di minimo [max] relativo</p> <p>Determinare la convessità del grafico di una funzione in un punto. Ricercare le ascisse dei punti di flesso.</p> |
| 3.4 | Grafico di una funzione | <ul style="list-style-type: none"> Grafico di una funzione | <p>Costruire un grafico coerente per una funzione reale di una variabile reale, in base ad una eq.ne assegnata. Costruire un grafico coerente per una funzione reale di una variabile reale, in base ad un insieme di condizioni assegnate. Interpretare l'andamento di una funzione in base ad informazioni desunte dal suo grafico. Applicazione dello studio di funzione alla soluzione delle equazioni.</p> |

Nucleo 4: Il calcolo integrale

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|--|--|---|
| 4.1 | Teoria dell'integrazione per funzioni di una variabile | <ul style="list-style-type: none"> Somme inferiori, somme superiori Integrale definito | <p>Valutare, anche ricorrendo a strumenti informatici, somme inferiori e superiori per funzioni continue in un intervallo chiuso.</p> <p>Definire l'integrale di una funzione continua su un intervallo chiuso. Conoscere le proprietà degli integrali definiti. Conoscere e applicare il teorema della media</p> |
| 4.2 | Integrale definito | <ul style="list-style-type: none"> La funzione integrale | <p>Costruire e studiare la funzione integrale</p> $F(x) = \int_{x_0}^x f(x) dx$ <p>di una funzione continua $f(x)$.</p> <p>Stabilire relazioni fra il grafico di $y = f(x)$ ed il grafico di $y = F(x)$. Conoscere il significato del teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione). Conoscere il concetto di funzione primitiva $\varphi(x)$ di $f(x)$ e conoscere la relazione tra funzione primitiva e integrale definito. Utilizzare la formula fondamentale del calcolo integrale. Valutare integrali definiti di funzioni pari e dispari. Determinare le primitive di alcune funzioni elementari. Eseguire integrazioni immediate.</p> |
| 4.3 | Integrale indefinito | <ul style="list-style-type: none"> Integrale indefinito | <p>Determinare l'integrale indefinito di funzioni elementari.</p> |

| | | | |
|-----|---------------------|---|---|
| 4.4 | Integrale improprio | <ul style="list-style-type: none"> • Metodi di integrazione • Significato geometrico dell'integrale definito • Integrale definito e calcolo di aree • Applicazione dell'integrale definito alla fisica • Integrale improprio | <p>Conoscere e applicare la regola di integrazione indefinita di una combinazione lineare di due o più funzioni. Conoscere e applicare la regola di integrazione per parti. Eseguire integrazioni ricorrendo al concetto di funzione composta. Conoscere e applicare la regola di integrazione per sostituzione. Integrare semplici funzioni razionali fratte.</p> <p>Conoscere il significato geometrico dell'integrale definito Stabilire le proprietà dell'integrale definito.</p> <p>Applicare l'integrale definito al calcolo di aree.</p> <p>Riconoscere la definizione di integrale definito in alcune grandezze definite in fisica e saperlo calcolare.</p> <p>Conoscere il significato di integrazione in senso improprio e calcolare semplici integrali impropri dei due tipi.</p> |
|-----|---------------------|---|---|

Nucleo 5: Probabilità (Dati e previsioni)

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|------------------------------|--|---|
| 7.1 | Distribuzioni di probabilità | <ul style="list-style-type: none"> • Distribuzione binomiale • Distribuzioni di Poisson, di Gauss • Distribuzione campionarie | <p>Calcolare la probabilità relativa al problema delle prove ripetute. Associare a una distribuzione di probabilità la relativa funzione di ripartizione. Calcolare media, varianza e deviazione standard.</p> <p>Descrivere distribuzioni campionarie.</p> |

Nucleo 6: Geometria analitica nello spazio

| | Argomento | Conoscenze/contenuti disciplinari | Abilità |
|-----|----------------------------------|--|--|
| 8.1 | Geometria analitica nello spazio | <ul style="list-style-type: none"> • Coordinate cartesiane nello spazio • Distanza tra due punti, punto medio di un segmento nello spazio • Eq.ne di un piano e condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra piani • Eq.ne di una retta e condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette e tra retta e piano • Distanza di un punto da una retta e da un piano • Eq.ne di una superficie sferica | <p>Saper riconoscere la naturale estensione allo spazio delle formule della distanza tra due punti e delle coordinate del punto medio di un segmento nello spazio e la naturale estensione allo spazio delle proprietà dei vettori nel piano.</p> <p>Riconoscere l'equazione di un piano nello spazio e i casi particolari di parallelismo e perpendicolarità nello spazio ricorrendo ai vettori normali al piano.</p> <p>Conoscere l'eq.ne parametrica di una retta nello spazio. Saper scrivere l'eq.ne di una retta per un punto e di vettore direttore dato nello spazio. Eq.ne di una retta per due punti nello spazio ed eq.ne di una retta individuata da due piani . Conoscere le condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra rette e loro posizione reciproca e tra retta e piano e loro posizione reciproca.</p> <p>Saper calcolare la distanza di un punto da una retta e di un punto da un piano.</p> <p>Scrivere l'equazione di una superficie sferica in forma cartesiana.</p> |



3. Tabella di valutazione

| Tipo di verifica | In Presenza | A Distanza | Modalità Registrazione (VOTO) |
|------------------------------------|----------------|------------|-------------------------------------|
| Scritta sommativa | X | X | SCRITTO |
| Scritta formativa | X | X | TEST |
| Verifica digitale | X | X | SCRITTO o PRATICO |
| Orale sommativa | X | X | ORALE |
| Orale formativa | X | X | TEST |
| Relazione in forma scritta o orale | X | X | PRATICO o TEST |